

Relativitätstheorie

Robert Graham

Fachbereich Physik – Campus Essen

Universitätsstraße 5

S05 V06 E16



Theoretische Physik
Campus Essen

Vortrag: 20. Jan. 2006

UNIVERSITÄT
DUISBURG
ESSEN

Relativitätstheorie

(Duisburg 20.1.06)

Übersicht über heutige Vorlesung

- Ursprung der speziellen Theorie
- Ihre Grundprinzipien
- Relativität der Zeit
- Allgemeine Theorie:
Äquivalenzprinzip und Zeit
- Einsteins Feldgleichungen
der Gravitation
- Ausblick und
Anwendung im Alltag

Ursprung der speziellen Theorie

Ende des 19. Jhdts:

2 fundamentale physikal. Theorien

(i) Mechanik (Newton, ...)

(ii) Elektrodynamik (Maxwell, ...)

Wie passen beide zusammen?

Mechanik:

$$ma = F$$

Dies gilt in jedem „Inertialsystem“

(Relativitätsprinzip der Mechanik)

Von Poincaré verallgemeinert
zum Relativitätsprinzip

Die Naturgesetze haben in
allen Inertialsystemen die
gleiche Form.



Isaac Newton
(1643 - 1727)

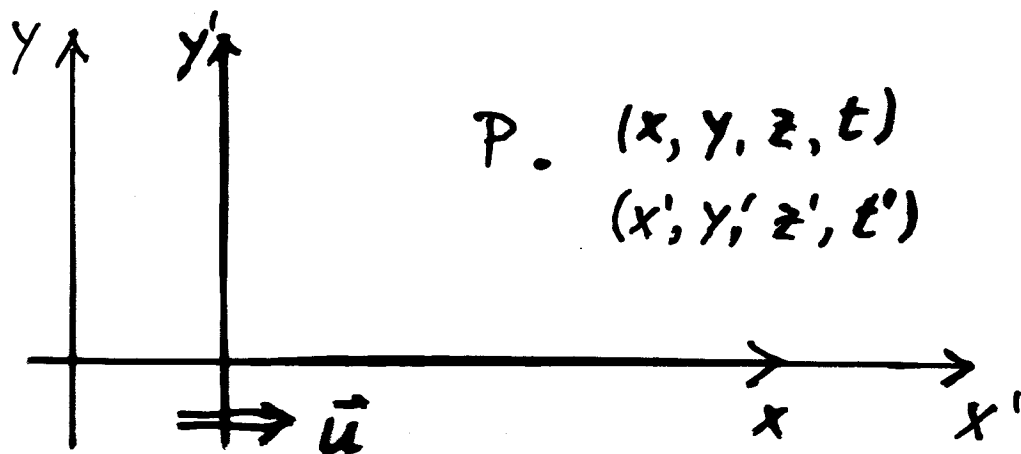


James Clerk Maxwell
(1831 - 1879)



Jules Henri Poincaré
(1854 - 1912)

Transformation zwischen Inertialsystemen in Newtonscher Mechanik



Koordinaten x, y, z, t ($t = \text{Zeit}$)
 x', y', z', t'

Galilei Transformation in x -Richtung

$$x' = x - ut$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

\Rightarrow für Geschwindigkeit $v' = v - u$
Beschleunigung $a' = a$

Ortskoordinaten transformieren
sich, die Zeit ist absolut,

wurde (wird) als selbstverständlich
empfunden.

Elektrodynamik

Kompliziertere Gleichungen

- Enthalten eine Naturkonstante c mit Dimension einer Geschwindigkeit
- Lösung der Gleichungen: elektromagnetische Wellen

c = Ausbreitungsgeschwindigkeit elektromagn. Wellen (Licht) im Vakuum

unabhängig von Geschwindigkeit des Senders oder des Empfängers.

(Experiment von Michelson und Morley 1887)

Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit

Grundprinzipien der speziellen Theorie

- Relativitätsprinzip gilt
(d.h. in Mechanik und Elektrodyn.)
- Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit

Lorentz:

Galilei-Transformation muß in Elektrodynamik ersetzt werden durch Lorentz-Transformation

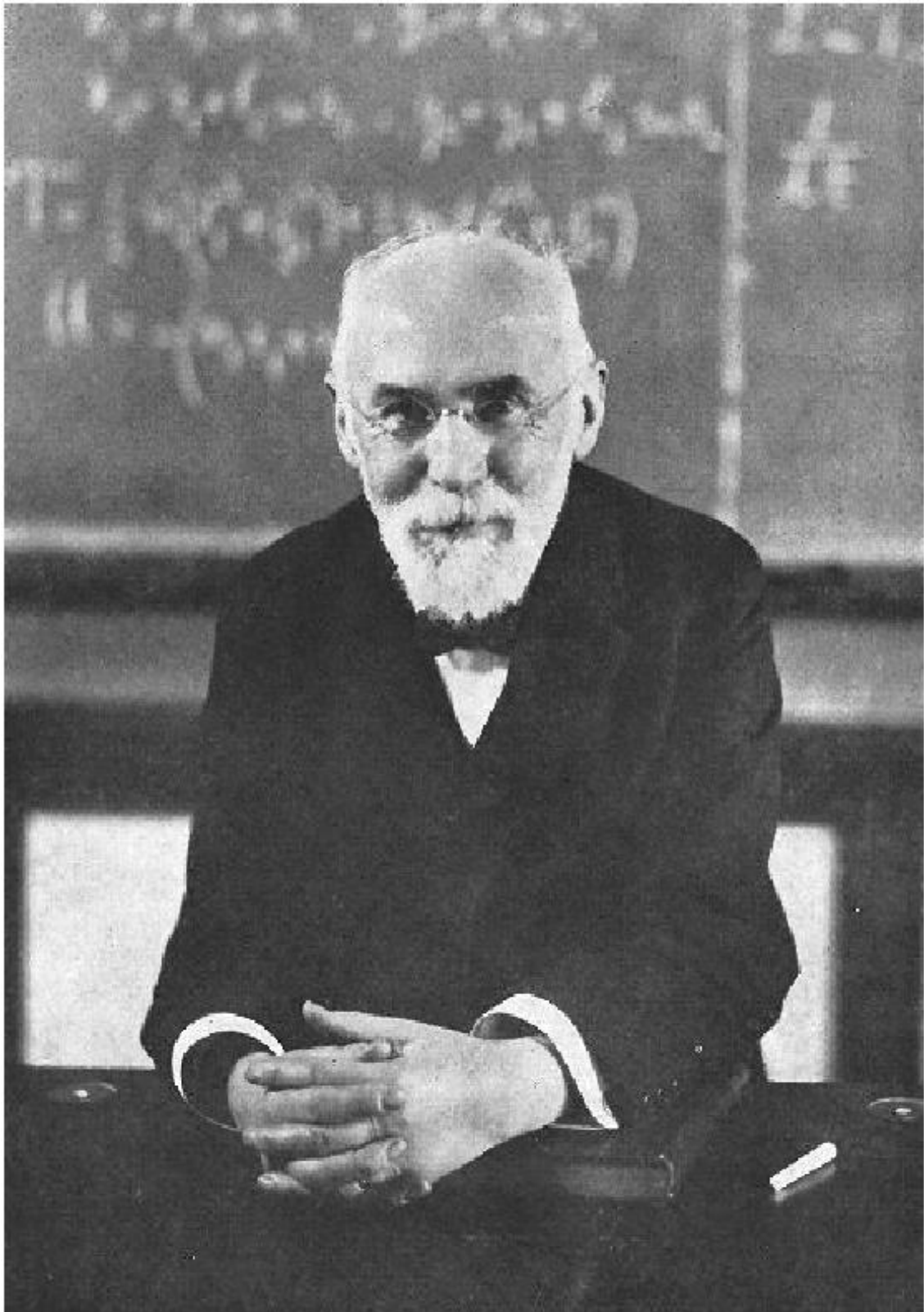
$$x' = \frac{x - ut/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$t' = \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

Einstein:

immer (also auch in Mechanik) muß Galilei- durch Lorentz-Transformation ersetzt werden

⇒ $u = c$ ist maximale phys. Geschw.



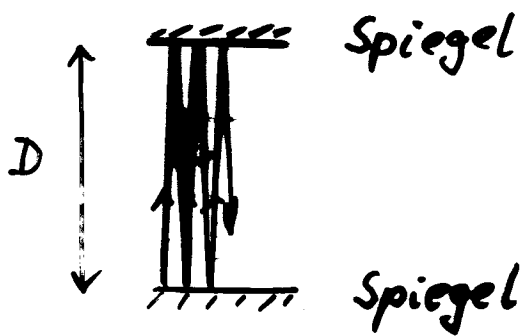
Hendrik A. Lorentz
(1853 - 1928)



Albert Einstein
(1879 - 1955)

Relativität der Zeit

Gedankenexperimente mit Lichtuhren

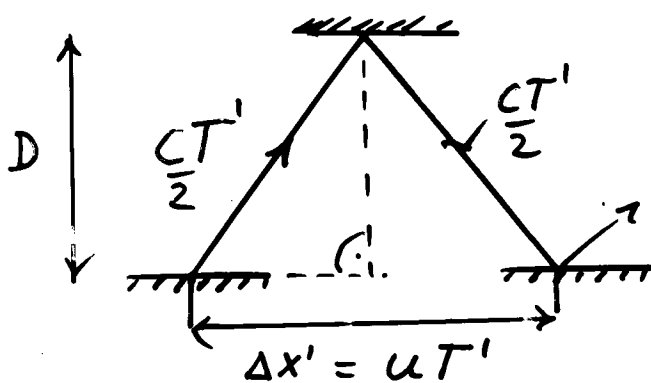


1 Umlauf

$\hat{=}$ 1 Pendelschlag

$$T = \frac{2D}{c} \quad \text{im Ruhesystem}$$

Lichtuhr in gleichförmiger Bewegung



$$\left(\frac{uT'}{2}\right)^2 + D^2 = \left(\frac{cT'}{2}\right)^2$$

$$T' = \frac{T}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} > T$$

\Rightarrow Bewegte Lichtuhr geht langsamer

Dies muß für alle Uhren gelten,
sonst Widerspruch zum Relativitäts-
prinzip

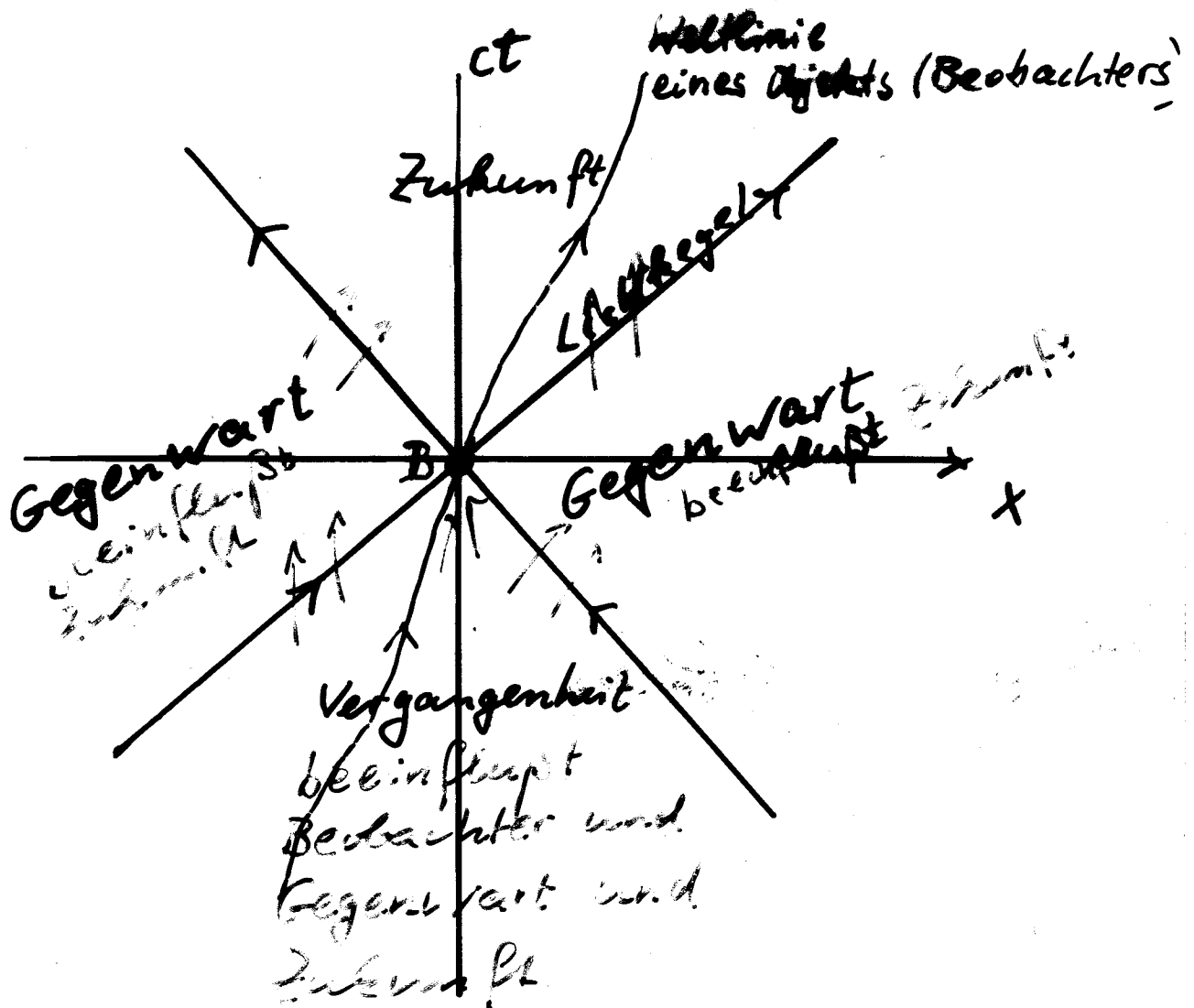
z. B. auch für „liegende“ Lichtuhr

\Rightarrow Längenkontraktion $\parallel \vec{u}$

$$D'_{\parallel} = D_{\parallel} \sqrt{1 - u^2/c^2}$$

In Lorentz-Transformation gehen
Raum und Zeit gleichberechtigt ein.

Raum-Zeit (Minkowski)



Beobachter B hat nur Einfluß
auf Zukunft.

Kausale Struktur ist
unabhängig von Geschwindigkeit
des Beobachters.



Hermann Minkowski
(1864 - 1909)

Alle Naturgesetze müssen nun das Relativitätsprinzip mit Lorentztransformation erfüllen.

- Elektrodynamik: O.K.

- Mechanik: Newton muß korrigiert werden

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \text{relativistische Masse}$$

$$E = mc^2 \quad \text{berühmteste physikal. Formel}$$

- Quantenmechanik muß Relativitätsprinzip erfüllen

⇒ • Elektronenspin (Magnetismus, chemische Bindung)

• Paulisches Ausschließungsprinzip (Periodensystem der Elemente, Stabilität von Materie)

• Teilchen - Antiteilchen Symmetrie

- Gravitation ⇒ allgemeine Relativitätsth.



Albert Einstein
(1879 - 1955)

Allgemeine Theorie:

Äquivalenzprinzip und Zeit

Seit Newton ist bekannt:

schwere Masse = träge Masse

$$\cancel{m_{tr}} a = - \cancel{m_s} G \frac{M}{r^2}$$

⇒ Gravitation ist lokal äquivalent
zu einer Beschleunigung.
(Äquivalenzprinzip)

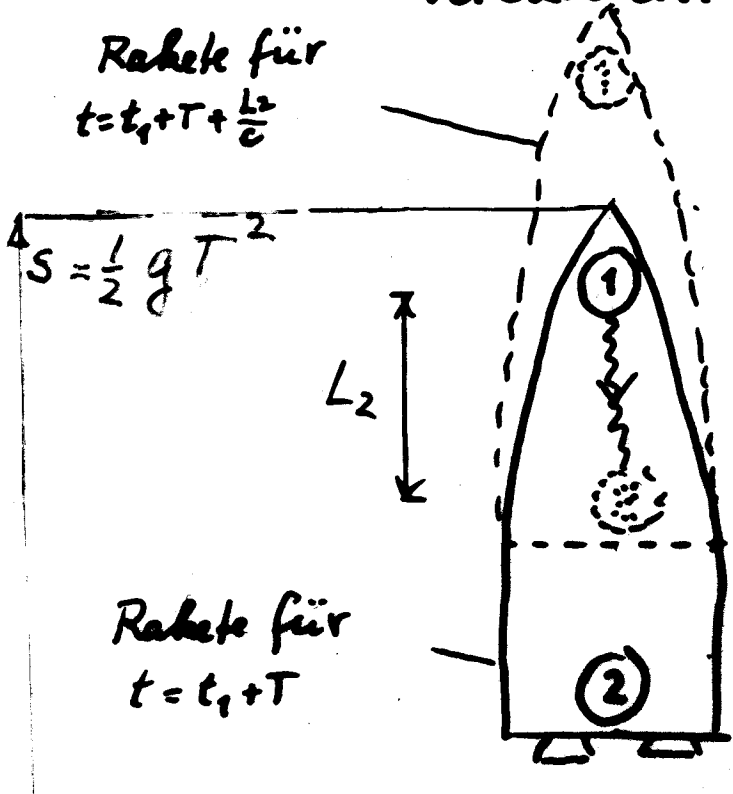
⇒ Spezielle Relativitätstheorie
in beschleunigten Bezugssystemen
macht Aussagen über die
Wirkung von Gravitation
auf beliebige Systeme!

Z.B. auf Uhren.

Also auf die Zeit.

Zeit in einer beschleunigten Rakete

①, ② zwei identische Uhren mit Periode T fest mit Rakete verbunden.

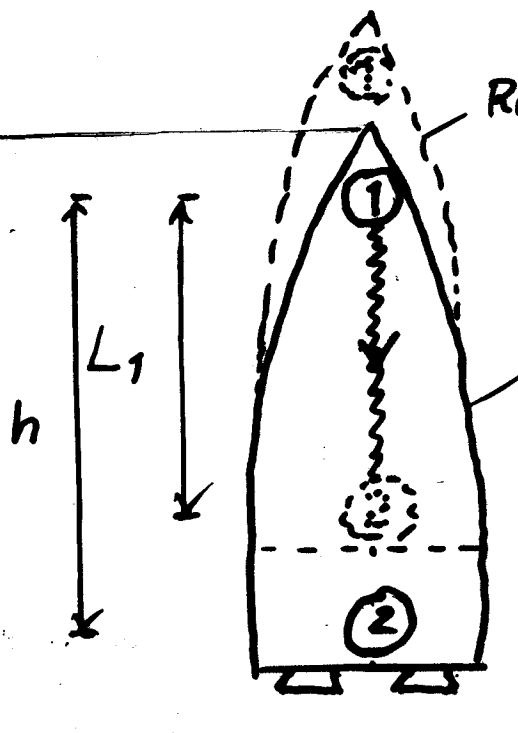


Sendung $t_1 + T$

Empfang $t_2 + T'$
 $= t_1 + T + \frac{L_1 - L_2}{c}$

$$T' = T - \frac{L_1 - L_2}{c} < T$$

$$L_1 - L_2 \approx \frac{g T h}{c}$$



Empfang $t_2 = t_1 + \frac{L_1}{c}$

Start mit $u = 0$ für $t = t_1$!

Uhr am Ende der Rakete geht langsamer.



Wegen Äquivalenzprinzip:

z.B. im Gravitationsfeld der Erde vergeht Zeit bei größerer Höhe schneller.

z.B. Kölner Dom in einer Woche:

$$h \approx 100 \text{ m}, \quad g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \quad c \approx 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{gh}{c^2} \approx 10^{-14}$$

$$T = 1 \text{ Woche} = 7 \times 24 \times 3600 \text{ s} \approx 6 \times 10^5 \text{ s}$$

$$\Delta t \approx 6 \times 10^{-9} \text{ s}$$

Messung mit Atomuhren der PTB bei „Quarks & Co“: $\Delta t = 7 \times 10^{-9} \text{ s}$

Tiefer in einem Gravitationspotential vergeht die Zeit langsamer.

Einsteins Feldgleichungen der

Gravitation

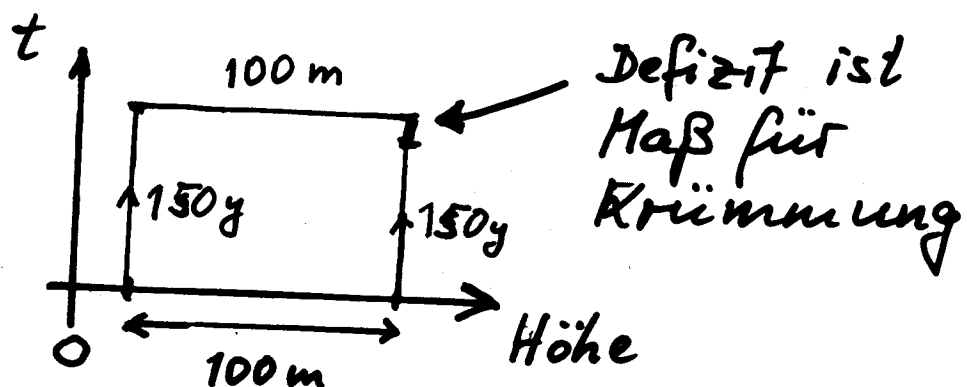
Einstein: Gravitation bedeutet
Krümmung der
Raum-Zeit

Krümmung eines Raums:
(L. F. Gauss, G. F. B. Riemann)

ein Parallelogramm schließt
sich nicht!

(z. B. auf Kugeloberfläche)

Für Raum-Zeit mit \vec{g} :



z. B. Kölner Dom:

steht „schief“ in der Zeit da
Spitze schneller altert
(bisher um ca. $4.5 \mu\text{s}$)

Newton: Massen erzeugen eine
Gravitationsbeschleunigung

$$G \frac{M}{r^2} = g \quad \text{Newtonsche
Feldgleichung}$$

Einstein: Massen \rightarrow Energie/ c^2

Gravitations-
beschleunigg. \rightarrow Raum-
zeit
Krümmung

Einsteins Feldgleichung:

Raum-Zeit Krümmung

= $G \cdot$ Energie-Verteilung
in der Raum-Zeit

- ist lokal Lorentz-invariant
- sagt Gravitationswellen voraus,
- die sich mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten.

Ausblick

Bestätigte Voraussagen:

Zeitverzögerung im Schwerefeld

Lichtablenkung "

Drehung der Bahnellipsen
von Planeten

Existenz des Gravitations-
kollaps schwerer Sterne

Existenz von schwarzen
Löchern

Weitere Vorhersagen

Gravitationswellen

Linse - Thirring Effekt

Alltägliche Anwendung

GPS (Navigation

$h \sim 20\,000 \text{ km}$

$u \sim 14\,000 \text{ km/s}$

$\Delta t \sim 38 \times 10^{-6} \text{ sec / Tag}$
 $\Delta s \sim 10 \text{ km / Tag}$

Flugzeug

Bahn

Schiff

Auto

Wanderer

ca 10 m)

Galileo soll zur Jobmaschine werden

Navigationssystem ist eines der größten industriepolitischen Vorhaben Europas / Von Johannes Winkelhage

Januar. Der Kasten wie ein (amerikanisch) hängt seit Ende Dezember und funkt mehrere Zeitsignale zur Giove A, und er ist europäisches Galileo im Jahr 2010 an eine Global Positioning System. Amerikanischen Militärs noch: Galileo soll Genauigkeit deutlich in bis auf wenige Zentimeter Position eines Gegenstands Globus bestimmen dafür nur der Anfang ist. All geschickt. Insbesondere bis zum Jahr 2010 bahnen im Weltraum Galileo fertig.

Giove A hat für Galileo Validierung im Weltall. Entwicklung begonnen. Geplantes Mittel von 1,5 Milliarden Euro werden von der ESA (European Space Agency) bereitgestellt. Am Donnerstag sind hiervon rund 950 Millionen ausgeschüttet und von der Galileo Industrie unter anderem die EADS und Thales Systemen sowie Thales zusammengefasst haben. Zeichnung findet in der von Meldungen geht rund 300 Millionen in der nächsten Phase benötigt werden. Ein Sprecher von der Industrie gründete diese Mehrheit mit der Zeitverzögerung seit seinem Start



Galileo ist bald auf dem Weg. 30 Satelliten im All sollen für präzise Navigation auf der Erde sorgen.

Foto

Frankfurter Allgemeine Zeitung 19.1.2006